

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2022-2023

Prova scritta in aula del 20.10.2023

Parte II - Testo 1

*Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti.*

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

**Esercizio n. 1** (17 punti)

Risolvere mediante il Principio dei Lavori Virtuali (PLV) la struttura iperstatica riportata in Figura, assumendo, come incognita iperstatica, il momento flettente sull'appoggio di continuità  $B$ ,  $M_B$ .

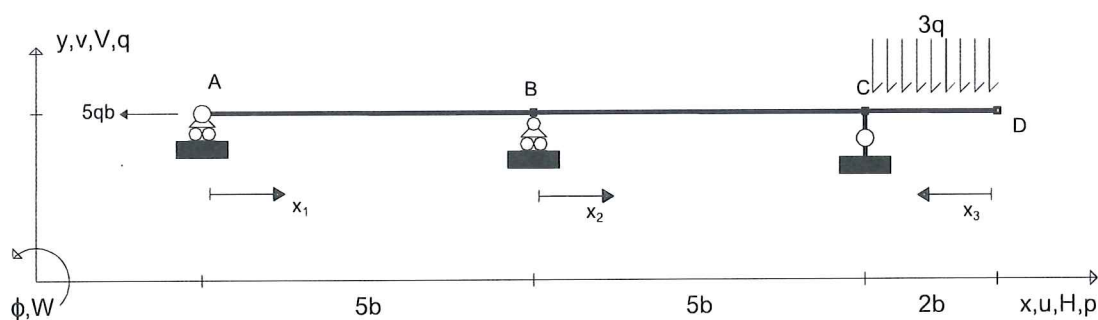
Dopo avere determinato l'iperstatica *tenendo conto solo della deformabilità flessionale*, calcolare le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciare nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

Calcolare infine, riapplicando il PLV, componente verticale di spostamento del punto  $D$ ,  $v_D$ .

*Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.*

Universita' di Cagliari

SdC\_SdA 10.20.23\*001



EQ. DI GINCHENTA:  $\Delta\phi_B = 0$

## Esercizio n. 2 (7 punti)

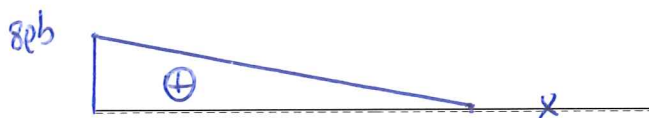
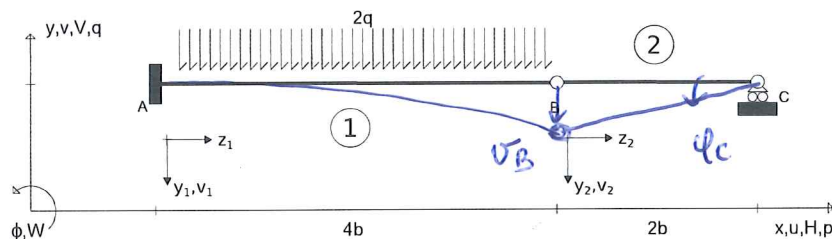
Per la struttura *isostatica*, indicata in Figura, determinare le reazioni vincolari e l'espressione delle azioni interne, nonché le condizioni al contorno imposte dai vincoli nei punti  $A$ ,  $B$  e  $C$ .

Utilizzare quindi l'equazione della linea elastica per determinare:

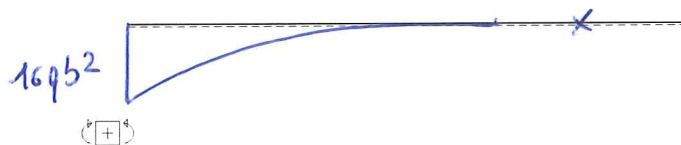
1. La deformata della linea d'asse,  $v(z) = v_1(z_1) \cup v_2(z_2)$ ;
2. La sua derivata prima,  $v'(z) = v_1'(z_1) \cup v_2'(z_2)$ ;
3. La rotazione del punto  $C$ ,  $\varphi_C$ ;
4. Lo spostamento verticale del punto  $B$ ,  $v_B$ .

Università' di Cagliari

SdC\_SdA 10.20.23\*001



$\uparrow \oplus \downarrow$



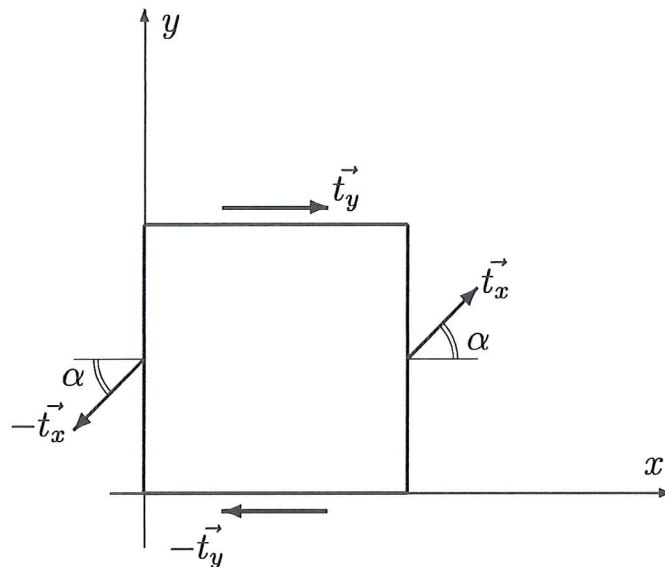
$$\begin{aligned}
 H_A (\Rightarrow) &= 0; & V_A (\uparrow) &= 8pb; & M_A (\curvearrowright) &= 16pb^2; & V_C (\uparrow) &= 0; \\
 N_{AB} &= //; & T_{AB} &= 8pb - 2qz_1; & M_{AB} &= -16pb^2 + 8pbz_1 - qz_1^2; \\
 N_{BC} &= //; & T_{BC} &= //; & M_{BC} &= //; \\
 \text{c.c in A} &= v_1(z_1=0)=0; & v_1'(z_1=0) &= 0; & \text{c.c in B} &= v_1(z_1=4b) = v_2(z_2=0); \\
 & & \text{c.c in C} &= v_2(z_2=2b) = 0; \\
 v_1(z_1) &= \frac{1}{EI} (8pb^2 z_1^2 - \frac{1}{3} qb z_1^3 + \frac{1}{12} q z_1^4); & v_1'(z_1) &= \frac{1}{EI} (16pb^2 z_1 - 4pb z_1^2 + \frac{1}{3} q z_1^3); \\
 v_2(z_2) &= \frac{1}{EI} (-32qb^3 z_2 + 64pb^4); & v_2'(z_2) &= \frac{1}{EI} (-32pb^3); \\
 v_B &= \frac{64qb^4}{EI} (\downarrow); & \varphi_C &= \frac{-32pb^3}{EI} (\downarrow);
 \end{aligned}$$

### Esercizio n. 3 (9 punti)

Un elemento di materiale *in condizioni di equilibrio* è soggetto lungo le facce aventi come normali gli assi  $x$  e  $y$  ai vettori sforzo (piani)  $\vec{t}_x$  e  $\vec{t}_y$  rispettivamente; di questi  $\vec{t}_x$  è inclinato rispetto all'asse  $x$  di un angolo  $\alpha = -45^\circ$  (sicché;  $\sin \alpha = -\sqrt{2}/2$ ;  $\cos \alpha = \sqrt{2}/2$ ) e ha modulo di valore  $|\vec{t}_x| = 40$  MPa. L'altro vettore sforzo,  $\vec{t}_y$ , è invece *orizzontale*, come indicato in Figura.

Si chiede di determinare le componenti  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  e  $\tau_{xy}$  del tensore degli sforzi, costruire il cerchio di Mohr, determinare gli sforzi principali,  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$ , e la massima tensione tangenziale,  $\tau_{\max}$ .

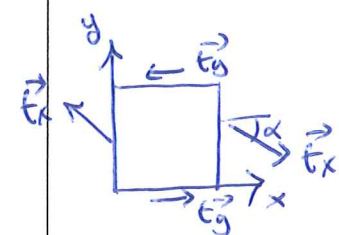
Determinare inoltre quanto vale l'angolo  $\varphi$  formato dall'asse  $x$  e dall'asse normale alla faccia sulla quale agisce lo sforzo principale massimo,  $\sigma_1$ .



$\sigma_x = 28,284$  (MPa);  $\sigma_y = 0,000$  (MPa);  $\tau_{xy} = -28,284$  (MPa);

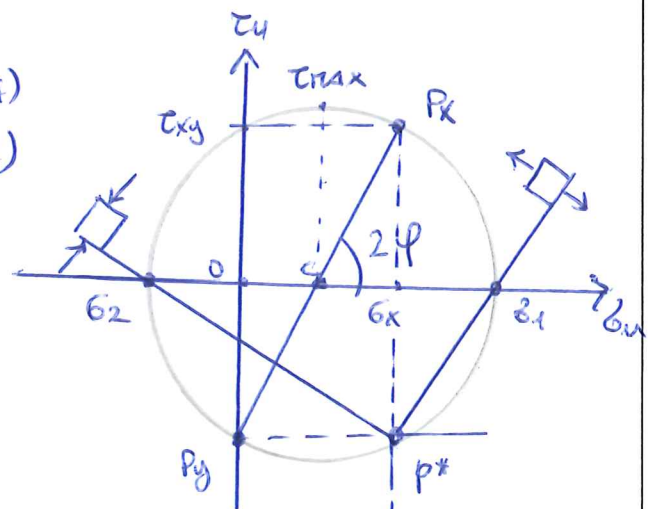
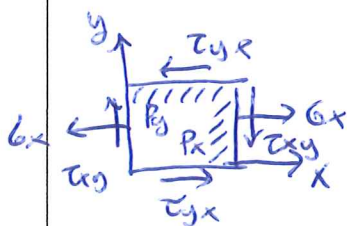
$\sigma_1 = 45,765$  (MPa);  $\sigma_2 = -17,481$  (MPa);  $\tau_{\max} = 31,623$  (MPa);

cerchio di Mohr:

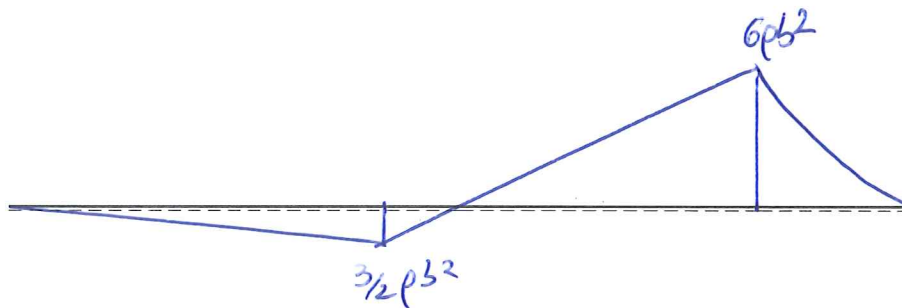
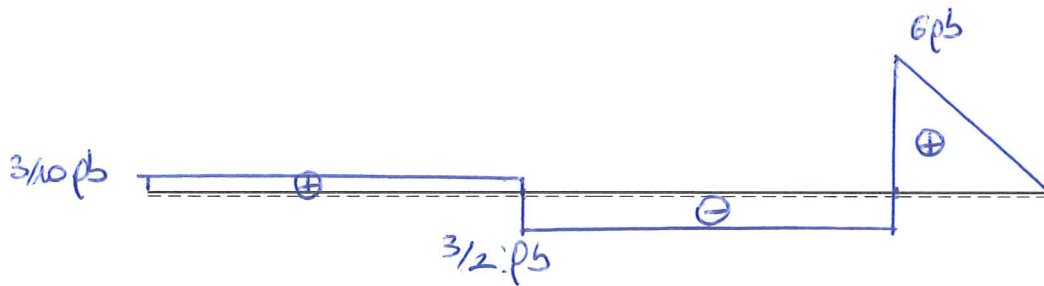
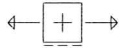
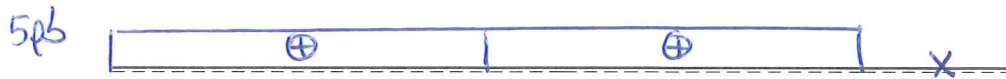


$P_x = (28,284; -28,284)$

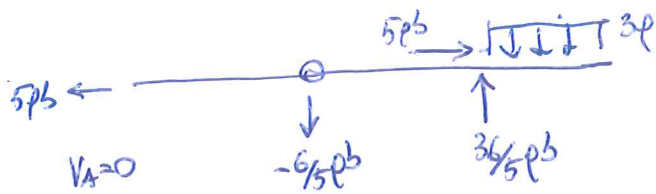
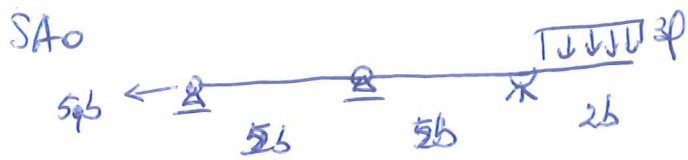
$P_y = (0,000; 28,284)$



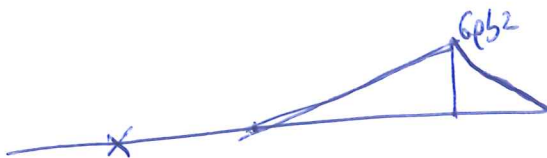
$\varphi = -31,72$  (°);



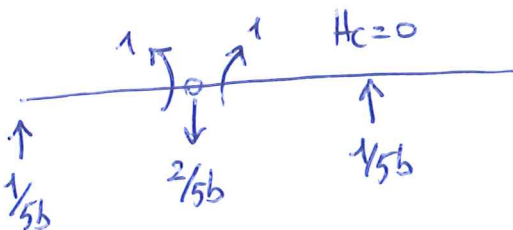
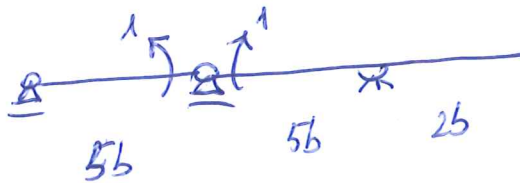
$$\begin{aligned}
 V_A(\hat{u}) &= \frac{3}{10}pb; V_B(\hat{u}) = -\frac{3}{5}pb; H_C(\hat{v}) = 5pb; V_C(\hat{u}) = \frac{15}{2}pb; M_B(\hat{v} \square \hat{v}) = \frac{3}{2}pb^2; \\
 N_{AB} &= \frac{5}{10}pb; T_{AB} = \frac{3}{10}pb; M_{AB} = \frac{3}{10}pb \times 1; \\
 N_{BC} &= \frac{5}{10}pb; T_{BC} = -\frac{3}{2}pb; M_{BC} = \frac{3}{2}pb^2 - \frac{3}{2}pb \times 2; \\
 N_{DC} &= 1; T_{DC} = 3pb; M_{DC} = -\frac{3}{2}pb \times 3; \\
 v_D &= -\frac{47pb^4}{20E3};
 \end{aligned}$$



$$M_{AB}^0 = 0 \quad M_{BC}^0 = -\frac{6}{5}pb \times 2 \quad M_{CD}^0 = -\frac{3}{2}p \times 2^2$$



SP1



$$M_{AB}^1 = \frac{1}{5b} \times 1 \quad M_{BC}^1 = 2 - \frac{1}{5b} \times 2 \quad M_{CD}^1 = 0$$

		$M_0 M_1$	$M_1^2$
AB	2b	//	$\frac{1}{10b^2} \times 1^2$
BC	2b	$-\frac{12}{5}pb \times 2 + \frac{6}{10}pb^2 \times 2^2$	$4 + \frac{1}{10b^2} \times 2^2 - \frac{2}{5b} \times 2$
DC	2b	//	//